



**Волинський національний університет імені Лесі Українки**  
**Кафедра теорії функцій та методики навчання математики**

**СИЛАБУС**

**вибіркового освітнього компонента**

**МНОЖИНИ В МЕТРИЧНИХ І ТОПОЛОГІЧНИХ  
ПРОСТОРАХ**

<b>Рівень вищої освіти</b>	Перший (бакалаврський)
<b>Галузь знань</b>	11 Математика та статистика
<b>Спеціальність</b>	111 Математика
<b>Освітня програма</b>	Математика (редакція 2023 року зі змінами 2025 року)
<b>Форма здобуття освіти</b>	Денна
<b>Розробник (викладач)</b>	Харкевич Юрій Ілюдорович, кандидат фіз.-мат. наук, професор
<b>Контактна інформація</b>	Електронна адреса викладача: kharkevich.yuriy@vnu.edu.ua Телефон: 099-763-97-54
<b>Семестр, курс</b>	5 семестр, III курс
<b>Обсяг освітнього компонента</b>	Загальний обсяг: 5 кредитів / 150 годин. Аудиторних годин: 30; з них: лекцій – 10 год., практичних – 20 год. Самостійної роботи: 110 годин. Консультацій: 10 год.
<b>Форма контролю</b>	Залік
<b>Мова навчання</b>	Українська
<b>Дні занять</b>	Аудиторні заняття проводяться за розкладом: <a href="http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi">http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi</a> Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
<b>Анотація курсу</b>	Силабус вибіркового освітнього компонента «Множини в метричних і топологічних просторах» складено з урахуванням можливості формування індивідуальної освітньої траєкторії здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня. Курс орієнтований на вивчення теорії множин, метричних і топологічних просторів як базових математичних структур, що лежать в основі математичного аналізу, функціонального аналізу, топології та прикладних математичних моделей. У процесі навчання здобувачі опановують апарат абстрактного мислення, формальні методи доведень, теоретико-множинні конструкції, поняття збіжності, компактності, сепарабельності, замкненості, неперервності, а також сучасні підходи до дослідження властивостей математичних об'єктів у різних просторах.
<b>Мета і завдання освітнього компонента</b>	Метою курсу є формування у здобувачів вищої освіти системних знань про множини, метричні та топологічні простори, оволодіння базовими поняттями, методами і теоретичними підходами сучасної математики, а також розвиток умінь застосовувати концепцію множини та просторові структури для розв'язування теоретичних і прикладних математичних задач. Основними завданнями вивчення дисципліни «Множини в метричних і топологічних просторах» є:

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• сформувати уявлення про множину як фундаментальне поняття математики;</li> <li>• ознайомити з основними поняттями та законами теорії множин;</li> <li>• навчити класифікувати множини за потужністю та типом зліченності;</li> <li>• сформувати розуміння структури метричних і топологічних просторів;</li> <li>• ознайомити з поняттями відкритих, замкнених множин, околів, замикань, граничних точок;</li> <li>• розкрити зміст аксіом відокремлюваності та зліченності;</li> <li>• сформувати уявлення про компактність та її роль у математиці;</li> <li>• навчити застосовувати теоретичні методи до доведення існування та єдиності розв'язків рівнянь;</li> <li>• розвинути навички логічного доведення та математичної аргументації.</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>Soft skills</b></p>	<p>Вивчення вибіркового освітнього компонента «Множини в метричних і топологічних просторах» сприяє набуттю здобувачами вищої освіти таких соціальних навичок (soft skills):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;</li> <li>• здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;</li> <li>• здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;</li> <li>• креативність і гнучкість мислення під час розв'язування нестандартних задач;</li> <li>• уміння працювати з абстрактними моделями;</li> <li>• проблемно-орієнтоване мислення;</li> <li>• дослідницькі навички;</li> <li>• самоорганізація та тайм-менеджмент;</li> <li>• навички аргументації та доказового мислення.</li> </ul>

### Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					*Форма контролю / Бали
	Усього	У тому числі				
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	
<b>Змістовий модуль I. Теорія множин і топологічні структури</b>						
Тема 1. Теорія множин <i>Поняття множини. Операції над множинами. Відношення між множинами. Основні закони теорії множин. Роль теорії множин у побудові математичних теорій.</i>	19	1	2	1	15	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 2. Потужність множин і зліченність <i>Скінченні та нескінченні множини. Зліченні та незліченні множини. Еквівалентність множин. Поняття потужності. Теорема Кантора–Бернштейна. Континуум.</i>	28	2	4	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Тема 3. Топологічні простори та їх базові властивості <i>Поняття топологічного простору. Відкриті та замкнені множини. Операції над ними. Околи, внутрішні точки. Основи задання топології.</i>	28	2	4	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
<b>Разом за змістовним модулем I</b>	<b>75</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>55</b>	<b>25 б.</b>
<b>Змістовий модуль II. Метричні простори та компактність</b>						
Тема 4. Метричні простори <i>Поняття метрики. Аксиоми метричного простору. Приклади метричних просторів. Відкриті та замкнені множини в метричних просторах.</i>	21	1	4	1	15	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 5. Топологічні властивості множин <i>Замикання множин. Граничні точки. Границя множини. Повнота. Сепарабельність. Аксиоми відокремлюваності та зліченності.</i>	26	2	2	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Тема 6. Компактність і її роль у математиці <i>Поняття компактності. Компактні простори. Компактність у метричних просторах. Критерії компактності. Локальна компактність. Значення компактності в аналізі та математичному моделюванні.</i>	28	2	4	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
<b>Разом за змістовним модулем II</b>	<b>75</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>55</b>	<b>25 б.</b>
<b>Контрольна робота</b>						<b>30 б.</b>
<b>ІНДЗ</b>						<b>20 б.</b>
<b>Всього годин/ балів</b>	<b>150</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	<b>110</b>	<b>100 б.</b>

\* Форма контролю: УО – усне опитування, РЗ – розв’язування задач, РМГ – робота в малих групах.

## Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 20 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 45 год:
  - Аксиоматика теорії множин та парадокси. Аксиоми Цермело–Френкеля, аксіома вибору, класичні парадокси теорії множин, їх роль у формуванні сучасної математики.
  - Континуум-гіпотеза та проблема потужностей множин. Історія формування, формулювання гіпотези континууму, її місце в аксіоматичній теорії множин, сучасний стан проблеми.
  - Базиси та підбазиси топологій. Поняття базису і підбазису топології, способи побудови топологічних просторів, приклади нестандартних топологій.
  - Компактність у функціональних просторах. Теореми Гейне–Бореля та Арцела–Асколі, компактні множини у просторах функцій, прикладні аспекти компактності.
3. Виконання ІНДЗ – 25 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольною роботою – 20 год.

## Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/yrNruzHM>).

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (50 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (20 балів) та контрольна робота (30 балів).

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Згідно з Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/qtBVgtNu>) студенту можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Залік виставляється за результатами поточної роботи за умови, що здобувач освіти виконав ті види навчальної роботи, які визначено силабусом. У випадку, якщо здобувач освіти не відвідував окремі аудиторні заняття (з поважних причин), на консультаціях він має право відпрацювати пропущені заняття та добрати ту кількість балів, яку було визначено на пропущені теми. Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір із 6 завдань, що представляють змістові модулі курсу. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

### ***Критерії поточного оцінювання***

При роботі здобувача на практичних заняттях оцінюються: систематичність роботи на практичних заняттях, рівень знань, продемонстрований у відповідях при усному опитуванні, активність при обговоренні питань. За перший та другий змістовні модулі здобувач може отримати максимально 25 балів. Разом за роботу на практичних заняттях здобувач може отримати максимально 50 балів.

Оцінювання ІНДЗ здійснюється за 20-бальною шкалою. ІНДЗ подається викладачеві, який читає лекційний курс з даної дисципліни, не пізніше, ніж за 2 тижні до заліку.

#### *Критерії оцінювання ІНДЗ:*

20–18 балів ставиться в тому випадку, коли студент правильно розв'язує всі завдання, повністю описує пояснення ходу розв'язання, допускає лише неточності в оформленні чи помилку в обчисленні.

17–15 балів ставиться тоді, коли студент не повністю дослідив поставлені завдання або допустив деякі неточності (допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.)

14–10 балів ставиться в тому випадку, коли студент не повністю розв'язав задачу або допускає помилки при розв'язанні практичних завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх даних йому завдань.

9–6 бали ставиться, коли студент під час розв'язування пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості запропонованих йому завдань.

5–1 бали ставиться, коли при підготовці ІНДЗ студент під час роботи показав незнання основних методів розв'язання, допустив грубі помилки, виконав менше 30 % від загальної кількості запропонованих йому завдань.

0 балів ставиться, якщо студент не здав ІНДЗ або жодного завдання не виконав правильно.

В кінці курсу заплановано підсумкову контрольну роботу, що оцінюється максимально в 40 балів.

#### *Критерії оцінювання контрольної роботи:*

30–27 балів ставиться, якщо студент правильно розв'язав практичні завдання, вміє пояснити методику розв'язання та зміст застосовуваного понятійного апарату і формул. Вміє аргументувати свої думки.

26–23 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені окремі незначні помилки у розв'язанні.

22–18 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені помилки у розв'язанні не дають можливості зробити правильні висновки.

17–11 балів ставиться, якщо студент частково розв'язав практичні завдання, але не спромігся аргументувати свою відповідь, помилився у використанні понятійного апарату та методики розв'язання задачі.

10–5 балів ставиться, якщо студент погано засвоїв основні поняття, не вміє розв'язувати більшість типових задач, допускає суттєві помилки.

4–0 балів ставиться, якщо студент неправильно розв'язав практичні завдання, показав незадовільне знання понятійного апарату, або взагалі нічого не відповів.

### Питання до заліку

1. Поняття множини. Способи задання множин. Основні операції над множинами.
2. Відношення між множинами: включення, рівність, еквівалентність.
3. Скінченні та нескінченні множини. Основні приклади.
4. Зліченні множини. Приклади злічених множин.
5. Незліченні множини. Існування незлічених множин.
6. Потужність множин. Поняття кардинального числа.
7. Еквівалентність множин і бієктивні відображення.
8. Теорема Кантора–Бернштейна та її значення.
9. Поняття метричного простору. Аксиоми метрики.
10. Приклади метричних просторів.
11. Відкриті та замкнені множини в метричному просторі.
12. Поняття топологічного простору. Аксиоми топології.
13. Способи задання топології.
14. Околиці точки. Внутрішні точки. Фундаментальні властивості околів.
15. Замикання множини. Властивості замикання.
16. Гранична точка множини. Границя множини.
17. Збіжність послідовностей у метричних і топологічних просторах.
18. Аксиоми відокремлюваності топологічних просторів.
19. Перша та друга аксиоми зліченності. Сепарабельність.
20. Поняття компактності. Компактні простори.
21. Компактність у метричних просторах. Критерії компактності.
22. Локальна компактність та її значення в аналізі.

### Шкала оцінювання

Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності	Лінгвістична оцінка
90 – 100	Зараховано
82 – 89	
75 – 81	
67 -74	
60 – 66	
1 – 59	Незараховано (необхідне перескладання)

### Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/ttbVqYmy>).

### Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesii-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/CtbVwTyi>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу

доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з ОК, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення, поновлення здобувача освіти до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності; за результатами навчання, здобутими з використанням елементів дуальної освіти; під час навчання здобувача освіти у двох і більше закладах освіти або ОПП.

### **Політика щодо академічної доброчесності**

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigI>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання завдань поточного контролю, завдань підсумкової контрольної роботи (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

### **Політика щодо дедлайнів та перекладання**

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

### **Опитування**

По завершенню курсу студентам буде надано анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу.

## Рекомендована література

1. Коренков М.Є., Харкевич Ю.І. Основи функціонального аналізу: навч. посіб. Луцьк: Волинський нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 247 с.
2. Гутік О. Загальна топологія в теоремах, прикладах і задачах. Електронний курс лекцій та задач, Львів, 2022.
3. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Серія „Університетська бібліотека”. Львів, Чижиков І.Є., 2012 р. 590 с.
4. Willard S. General Topology. Mineola, NY : Dover Publications, 2004. 369 p.
5. Sutherland W.A. Introduction to Metric and Topological Spaces. Oxford : Oxford University Press, 2009. 197 p.
6. Лінчук Н.Є., Лінчук С.С. Збірник вправ і задач з функціонального аналізу. Чернівці: ЧНУ, 2002. 48 с.
7. Маслюченко В.К. Лекції з функціонального аналізу. Частина 1. Метричні і нормовані простори, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2010. 184 с

## Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Волошина Т.В.

Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методики навчання математики протокол № 9 від 28 січня 2026 р.

Завідувач кафедри



Гембарська С.Б.